جامعة البعث
كلية العلوم – قسم الرياضيات

الاسم :
الرقم :

امتحانات الدورة الثالثة للعام 2013-2014
المقرر : المعادلات التكاملية وحساب التحولات
(رابعة رياضيات –شعبتا: التحليل + الميكانيك)
المدة : ساعة ونصف . الدرجة : 100 .

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول (50 درجة) : لتكن لدينا المعادلة التكاملية التالية :

$$g(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t) g(t) dt \qquad (1)$$

والمطلوب : 1) أثبت أنّ كل حل للمعادلة (1) يمكن التعبير عنه بالعلاقة الآتية :

$$g(x) = f(x) + \lambda \int_a^b R(x,t,\lambda) f(t) dt$$

علماً أنّ $R(x,t,\lambda)$ التابع الحالّ للمعادلة التكاملية المعطاة . ثمّ استنتج أنّ المعادلة المعطاة تملك حل وحيد .

2) أوجد التابع الحال $R(x,t,\lambda)$ وذلك من أجل :

$$a = 0 , b = \pi \text{ ، } K(x,t) = \sin(x+t)$$

ثمّ استنتج حل المعادلة المعطاة من أجل $f(x) = 1$ ، واستنتج القيم الخاصة للمعادلة المعطاة .

السؤال الثاني (28 درجة) : أوجد حل المعادلة التكاملية الآتية :

$$g(x) = e^{-|x|} + \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x-t|} g(t) dt$$

ثمّ أوجد حل المعادلة المتجانسة الموافقة لها .

السؤال الثالث(22درجة) : ليكن لدينا التابعي J المعرّف بالتكامل :

$$J = \int_{x_0}^{x_1} n(y) \sqrt{1 + y'^2 + z'^2} \, dx$$

علماً أنّ $n(y)$ دالة في y فقط . والمطلوب :

1) أوجد المعادلات التفاضلية الموافقة التي تحققها الدالتان $y(x), z(x)$ ،كي يكون للتابعي J قيمة قصوى ، ثمّ استنتج التكامل الأول لهما .

2) بفرض أنّ $n(y) = 2/(y+2)$ ،ولنفرض أنّ نصف الفراغ في النقاط $y > 0$ ، أوجد المنحنيات القصوى $y(x), z(x)$ للتابعي J والمحققة للشروط الحدية :

$$y(0) = 0 \;\; , y(1) = 2 \, , \;\; z(0) = 0, \, z(1) = \sqrt{3}$$

....

حمص في 2014/9/4

مدرس المقرر
أ.د. كثره عزول

جامعة البعث
كلية العلوم – قسم الرياضيات

الاسم :

الرقم :

امتحانات الفصل الدراسي الثاني للعام 2013-2014

المقرر : المعادلات التكاملية وحساب التحولات (شعبتا : التحليل والميكانيك)

المدة : ساعة ونصف . الدرجة : 100 .

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول (50 درجة) : لتكن لدينا المعادلة التكاملية :

$$g(x)=f(x)+\lambda\int_a^b K(x,t)g(t)dt$$

علماً أنّ : $g(x)$ التابع المجهول و $f(x)$, $K(x,t)$ تابعان معلومان و a,b,λ ثوابت .والمطلوب :

1) بفرض أنّ λ قيمة خاصة و $\psi(x)$ حل منقول المعادلة التكاملية المتجانسة ، أثبت أنّه حتى يكون للمعادلة المعطاة عدد لا نهائي من الحلول هو تحقق الشرط : $\int_a^b f(x)\psi(x)dx=0$.

2) أوجد حل المعادلة التكاملية وذلك بفرض أنّ :
$f(x)=\beta\sin x+\gamma$ و $K(x,t)=\cos(x+t)$, $a=0,b=\pi$

علماً أنّ β,γ ثابتان.

السؤال الثالث (28 درجة) : أوجد حل المعادلة التكاملية :

$$g(x)=e^{-2x}+\int_0^x (x-t)e^{-(x-t)}g(t)dt$$

السؤال الرابع (22 درجة) : ليكن لدينا التابعي J المعرّف بالتكامل :

$$J=\int_{x_0}^{x_1}\frac{\sqrt{1+y'^2+z'^2}}{y}dx$$

أوجد الأوضاع القصوى للتابعي J التي ترتيبها موجباً $(y>0)$ والموافقة للشروط الحدية :

$$y(0)=1\ ,\ y(1)=1\ ;\ z(0)=0\ ,z(1)=1$$

****

مدرس المقرر

أ. د. كثره مخول

حمص في 19 /2014/6

جامعة البعث
كلية العلوم – قسم الرياضيات

امتحانات الفصل الدراسي الأول للعام 2013-2014   الاسم :
المقرر : المعادلات التكاملية وحساب التحولات (شعبتا ت+م)   الرقم :
المدة : ساعتان . الدرجة : 100 .

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول (40 درجة) : لتكن لدينا المعادلة التكاملية :

$$g(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t) g(t) dt$$

علماً أنّ : $g(x)$ التابع المجهول و $f(x)$, $K(x,t)$ تابعان معلومان و a, b, λ ثوابت . والمطلوب :

1) أثبت أنّ التابع الحال $R(x,t,\lambda)$ ، يحقق المعادلة التكاملية الآتية :

$$R(x,t,\lambda) = K(x,t) + \lambda \int_a^b K(t_1,t) R(x,t_1,\lambda) dt_1$$

2) بفرض أنّ $K(x,t)$ نواة متردية و $\alpha_{ij} = 0$ و $D(\lambda) \neq 0$. أثبت أنّ للمعادلة المعطاة حل هو :

$$g(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t) f(t) dt \quad .$$

وذلك من أجل أية قيم للتابع $f(x)$ المستمر في المجال $[a,b]$.

3) بفرض أنّ : $K(x,t) = \cos(2x-t)$; $a = 0, b = 2\pi$ ، $f(x) = x$ ، والشروط في للطلب الثاني محققة ، أوجد حل هذه المعادلة . وهل هذا الحل وحيد ؟ ، ولماذا .

السؤال الثاني (35 درجة) : لتكن لدينا المعادلة التكاملية : $\int_0^x K(x,t) . g(t) dt = f(x)$

والمطلوب : 1) بفرض أنّ $K(x,t) = \dfrac{H(x,t)}{(x-t)^{\frac{1}{2}}}$ ، حيث $H(x,t)$ تابع مستمر وله مشتق مستمر بالنسبة لـ x ، $0 < \alpha < 1$ و $K_x(x,t)$ و $f'(x)$ موجوداً ومستمراً ، و $f(0) = 0$. أثبت أنّ المعادلة المعطاة تحقق شروط قابلية تحلها إلى معادلة فولتيرا التكاملية من النوع الثاني .

2) أوجد حل المعادلة ، وذلك بفرض أنّ $H(x,t)$ تابع للفرق $x-t$ فقط و L_1 قابل للتطبيق على التوابع : $g(x), f(x), K(x-t) = (x-t)^{-\frac{1}{2}} . H(x-t)$

3) بفرض أن $H(x,t) = (x-t)^{\frac{1}{2}} . \cos(x-t)$; $f(x) = x$ تحقق من أنّ $K(0) \neq 0$ ، ثم أوجد حل المعادلة التكاملية في هذه الحالة .

السؤال الثالث (25 درجة) : ليكن لدينا التابعي J المعرّف بالتكامل :

$$J = \int_0^1 n(z) . \sqrt{1 + y'^2 + z'^2} \, dx$$

والمطلوب : 1) أوجد المعادلات التفاضلية التي يجب أن يحققها كل من التابعين $y(x), z(x)$ كي يكون للتابعي J قيمة قصوى .

2) بفرض أنّ $n(z) = \dfrac{1}{z-1}$ ، أوجد المنحنيات القصوى للتابعي J (عندما $z > 1$) ، والمحققة للشروط الحدية الآتية : $y(0) = 0$, $y(1) = -1$; $z(0) = 1$, $z(1) = \sqrt{2} + 1$

مدرس المقرر
د. ثناء مخول

حمص في 2014/ 1/ 21

جامعة البعث
كلية العلوم - قسم الرياضيات

امتحانات الدورة الثالثة للعام 2012-2013

الاسم :

المقرر : المعادلات التكاملية وحساب التحولات (شعبتا التحليل والميكانيك)

الرقم :

المدة : ساعتان . الدرجة : 100 .

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول (36 درجة) : لتكن لدينا المعادلة التكاملية التالية :

$$g(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t) g(t) dt \qquad (1)$$

والمطلوب : 1) أثبت أنّ كل حل للمعادلة (1) يمكن التعبير عنه بالعلاقة الآتية :

$$g(x) = f(x) + \lambda \int_a^b R(x,t,\lambda) f(t) dt$$

علماً أنّ $R(x,t,\lambda)$ التابع الحال للمعادلة التكاملية المعطاة . ثمّ استنتج أنّ المعادلة المعطاة تملك حل وحيد .

2) أوجد التابع الحال $R(x,t,\lambda)$ وذلك من أجل :

$$a = 0 \,, b = \pi \,،\, K(x,t) = \sin(x+t)$$

ثمّ استنتج حل المعادلة المعطاة من أجل $f(x) = 1$ ، واستنتج القيم الخاصة للمعادلة المعطاة .

السؤال الثاني (18 درجة) : بفرض أن الدالة $g(x)$ مستمرة في المجال $(-\infty,+\infty)$ ولها مشتقاً في كل نقطة من المرتبة الأولى والتكامل $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\sigma x} g(x) dx$ متقارباً إطلاقاً عندما $\alpha < \sigma < \beta$ (α, β عددان حقيقيان ثابتان) ونفرض أنّ : $f(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-sx} g(x) dx$ أثبت أنّ : $g(s) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{sx} f(x) dx$

السؤال الثالث (**24** درجة) : أوجد حل المعادلة التكاملية :

$$g(x) = e^{-|x|} + \int_{-\infty}^{\infty} K(x-t) g(t) dt$$

علماً أنّ : $K(x) = \frac{1}{2} e^{-2|x|}$ دالة معلومة .

السؤال الرابع (22درجة) : ليكن لدينا التابعي J المعرّف بالتكامل :

$$J = \int_{x_0}^{x_1} n(y) \sqrt{1 + y'^2 + z'^2} \, dx$$

علماً أنّ $n(y)$ دالة في y فقط . والمطلوب :

1) أوجد المعادلات التفاضلية الموافقة ،كي يكون للتابعي J قيمة قصوى .ثم استنتج التكامل الأول لهما .

2) بفرض أنّ $n(y) = 1/y$ ،ولنفرض أنّ نصف الفراغ في النقاط $y > 0$ ، أوجد المنحني المتعلق بـ $y(x), z(x)$ حتى يكون للتابعي J قيمة قصوى والمحقق للشروط الحدية :

$$y(0) = 1 \;\;, y(1) = 1 \,,\;\; z(0) = 0, z(1) = 1$$

حمص في 18/8/2013

مدرس المقرر

د. كنزه مخول

جامعة البعث
كلية العلوم – قسم الرياضيات
امتحانات الفصل الدراسي الثاني للعام 2012-2013
المقرر : المعادلات التكاملية وحساب التحولات (شعبتا ت+م)
المدة : ساعتان . الدرجة : 100 .

الاسم :
الرقم :

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول (45 درجة) : لتكن لدينا المعادلة التكاملية : $g(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t) g(t) dt$

علماً أنّ : $g(x)$ التابع المجهول و $f(x)$, $K(x,t)$ تابعان معلومان و a, b, λ ثوابت .والمطلوب :

1) بفرض أنّ λ قيمة خاصة و $\psi(x)$ حل منقول المعادلة التكاملية المتجانسة ، أثبت أنّه حتى يكون للمعادلة المعطاة عدد لا نهائي من الحلول هو تحقق الشرط : $\int_a^b f(x)\psi(x)dx = 0$.

2) بفرض أنّ $K(x,t)$ نواة متناظرة و $f(x) = 0$. أثبت أنّ تكامل جداء تابعين خاصين موافقين لقيمتين خاصتين مختلفتين ، الممتد على المجال الأساسي $[a,b]$ يساوي الصفر .

3) بفرض أنّ : $K(x,t) = t(4x^2 - 3x) + x(4t^2 - 3t)$, $\lambda = \sqrt{15}$

، $f(x) = \alpha x + \frac{1}{x}$, $a = 0, b = 1$ ، أوجد قيمة للوسيط α ، حتى يكون للمعادلة حل ، ثمّ أوجد الحل عند تلك القيمة لـ α التي وجدتها . وهل يوجد حل وحيد للمعادلة في هذه الحالة ولماذا ؟

السؤال الثاني (30 درجة) : لتكن لدينا المعادلة التكاملية :

$$g(x) = f(x) + \int_0^x K(x-t) g(t) dt$$

ونفرض أنّ الدوال $K(x)$, $f(x)$ و $g(x)$ تحقق جميع الشروط المطلوبة من أجل تطبيق تحويل لابلاس وحيد الجانب على المعادلة التكاملية المعطاة ، والمطلوب :

1- أثبت أنّ حل المعادلة التكاملية المعرّفة أعلاه يعطى بالعلاقة الآتية :

$$g(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} \Phi(s) . e^{sx} ds$$

2- أوجد حل المعادلة التكاملية عندما : $f(x) = e^{-2x}$ و $K(x,t) = (x-t).e^{-(x-t)}$.

السؤال الثالث(25 درجة) : ليكن لدينا التابعي J المعرّف بالتكامل : $J = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y').dx$

والمطلوب : – إذا لم يحو F المتحولَ x ، فأوجد معادلة أولر ، ثمّ استنتج التكامل الأول لها .

2- بفرض أنّ $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $F = \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}$ ، أوجد المنحنيات القصوى في النقاط التي ترتيبها موجب ، والموافقة للشروط الحدية الآتية :

$$y(0) = 1 \quad , \quad y(1) = 2$$

مدرس المقرر
د. كثره مخول

حمص في 2013/6/23

جامعة البعث
كلية العلوم ـ قسم الرياضيات

الاسم :
الرقم :

امتحانات الدورة الثالثة للعام 2010-2011 .

المقرر : المعادلات التكاملية وحساب التحولات (شعبتا التحليل و الميكانيك) .

المدة : ساعتان . الدرجة : 100 .

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول (32درجة) : لتكن لدينا معادلة فريدهولم التكاملية :

$$g(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)g(t)dt + f(x)$$

والمطلوب :1- أثبت أنّه يمكن التعبير عن كل حل $g(x)$ للمعادلة التكاملية المعطاةوفق العلاقة الآتية :

$$g(x) = f(x) + \lambda \int_a^b R(x,t,\lambda).f(t)dt$$

علماً أنّ $R(x,t,\lambda)$ التابع الحالّ .

2- بفرض أنّ : $K(x,t) = t.x\ ,\ f(x) = \sin x - \frac{1}{2}x\ ,\ a = 0, b = +\frac{\pi}{2}\ , \lambda = \frac{1}{4}$ ، أوجد التابع الحال $R(x,t,\lambda)$ ، ومن ثمّ أوجد حل المعادلة التكاملية في هذه الحالة .

السؤال الثاني (30 درجة) : لتكن لدينا المعادلة التكاملية :

$$g(x) = f(x) + \int_0^x K(x-t)g(t)dt$$

ونفرض أنّ الدوال $g(x)$, $f(x)$, $K(x)$ تحقق جميع الشروط المطلوبة من أجل تطبيق تحويل لابلاس وحيد الجانب على المعادلة التكاملية المعطاة ، والمطلوب :

1- أثبت أنّ حل المعادلة التكاملية المعرّفة أعلاه يعطى بالعلاقة الآتية :

$$g(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\Phi(s).e^{sx}ds$$

2- أوجد حل المعادلة التكاملية عندما : $f(x) = e^{-2x}$, $K(x,t) = (x-t).e^{-(x-t)}$.

السؤال الثالث (10 درجات) : أوجد حل المعادلة التكاملية :

$$\int_0^x \frac{\varphi(y).dy}{(x-y)^{\frac{1}{2}}} = x$$

السؤال الرابع (28 درجة) : ليكن لدينا التابعي J المعرّف بالتكامل : $J = \int_{x_0}^{x_1} F(x,y,y').dx$.

والمطلوب : 1 -- إذا لم يحوِ F المتحول x ، فأوجد معادلة أولر لهذه الحالة . ثمّ استنتج التكامل الأول لها .

2) بفرض أنّ $F = \frac{1}{y}\sqrt{1+y'^2}$ ، أوجد المنحني $y(x)$ ، بحيث يكون للتابعي J قيمة قصوى ، (حيث $y > 0$) ، والمحقق للشرط الحدي : $y(0) = 0$ والشرط الحدي الطبيعي : $F_{y'}\big|_{x=1} = 0$.

****

مدرس المقرر

د. كثرة مخول

حمص في 23/8/2011